


## Eksplorasi Hubungan Sudut dan Panjang pada Segitiga Khusus dengan Bantuan GeoGebra

Fitrah Sari Wahyuni Harahap<sup>1\*</sup>, Muhammad Rizky Mazaly, Yulia Fitri

<sup>1,2,3</sup> Informatika/ Universitas Potensi Utama, Indonesia

E-mail: [fitrah18.upu@gmail.com](mailto:fitrah18.upu@gmail.com)

\* Corresponding Author

 <https://doi.org/10.31004/jerkin.v4i3.5477>

### ARTICLE INFO

#### Article history

*Received: 24 Jan 2026*

*Revised: 30 Jan 2026*

*Accepted: 11 Feb 2026*

#### Kata Kunci:

GeoGebra, segitiga khusus, hubungan sudut dan sisi, eksplorasi geometri, visualisasi matematis

#### Keywords:

GeoGebra, special triangles, angle-side relationship, geometric exploration, dynamic visualization, mathematics education



### ABSTRACT

Pemahaman hubungan antara sudut dan panjang sisi pada segitiga khusus merupakan aspek fundamental dalam geometri, namun dalam praktik pembelajaran dan kajian geometri edukatif masih sering bersifat prosedural dan kurang eksploratif. Penelitian ini mengeksplorasi relasi sudut-sisi pada segitiga sama sisi, segitiga sama kaki, dan segitiga siku-siku dengan bantuan perangkat lunak GeoGebra. Penelitian ini menggunakan desain kualitatif eksploratif-deskriptif dengan manipulasi dinamis objek geometri di GeoGebra. Kebaruan penelitian ini adalah penggunaan GeoGebra sebagai alat eksplorasi konseptual untuk mengungkap relasi fungsional dan invariansi sudut-sisi, bukan sekedar media visualisasi pembelajaran. Hasilnya menunjukkan GeoGebra memungkinkan visualisasi dan generalisasi relasi sudut dan sisi secara dinamis, konsisten dengan teori geometri dasar dan menambah dimensi penelitian pendidikan matematika. Hubungan antara sudut dan panjang sisi pada segitiga khusus merupakan konsep fundamental dalam geometri yang menjadi dasar bagi pembelajaran trigonometri dan kajian geometri lanjutan. Meskipun konsep ini telah lama diajarkan, berbagai kajian menunjukkan bahwa pemahaman terhadap relasi sudut dan sisi masih cenderung bersifat prosedural dan kurang eksploratif. Hal ini disebabkan oleh dominasi representasi statis yang membatasi kemampuan untuk mengamati perubahan relasi geometris secara dinamis. Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk mengeksplorasi hubungan sudut dan panjang sisi pada segitiga khusus dengan bantuan perangkat lunak GeoGebra sebagai alat eksplorasi matematis. Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dengan desain eksploratif-deskriptif. Objek penelitian meliputi segitiga sama sisi, segitiga sama kaki, dan segitiga siku-siku. Data diperoleh melalui konstruksi dan manipulasi objek segitiga pada lingkungan GeoGebra, pengamatan terhadap perubahan relasi sudut dan panjang sisi, serta dokumentasi visual dan matematis hasil eksplorasi. Analisis data dilakukan dengan mengidentifikasi pola, invariansi, dan relasi fungsional yang muncul, kemudian dibandingkan dengan teori geometri dan trigonometri yang relevan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa GeoGebra mampu memvisualisasikan hubungan sudut dan panjang sisi secara dinamis dan konsisten dengan konsep teoretis. Pada segitiga sama sisi, ditemukan invariansi sudut sebesar  $60^\circ$  terhadap perubahan panjang sisi. Pada segitiga sama kaki, kesamaan dua sisi berimplikasi langsung pada kesamaan dua sudut alas, sementara perubahan sudut puncak memengaruhi panjang alas secara kontinu. Pada segitiga siku-siku, eksplorasi menunjukkan hubungan fungsional antara sudut lancip dan perbandingan panjang sisi yang berkaitan dengan konsep dasar trigonometri. Penelitian ini menegaskan bahwa GeoGebra tidak hanya berperan sebagai media visualisasi, tetapi juga sebagai alat eksplorasi konseptual untuk mengungkap struktur matematis internal segitiga khusus. Temuan ini memberikan kontribusi pada kajian pendidikan matematika, khususnya dalam pengembangan pendekatan eksploratif berbasis teknologi.

The relationship between angles and side lengths in special triangles is a fundamental concept in geometry and serves as a basis for learning trigonometry and advanced geometric topics. Although this concept has been taught for a long time, many studies indicate that understanding of angle-side relationships remains largely procedural and lacks exploratory depth. This condition is mainly caused by the dominance of static representations, which limit opportunities to observe dynamic changes in geometric relationships. Therefore, this study aims to explore

the relationship between angles and side lengths in special triangles using GeoGebra as a mathematical exploration tool. This study employed a qualitative approach with an exploratory–descriptive design. The research objects consisted of equilateral triangles, isosceles triangles, and right triangles. Data were collected through the construction and dynamic manipulation of triangle models in the GeoGebra environment, observation of changes in angle–side relationships, and documentation of visual and mathematical results obtained from the exploration. Data analysis was conducted by identifying emerging patterns, invariances, and functional relationships, which were then examined in relation to established theories of geometry and trigonometry. The results indicate that GeoGebra effectively visualizes the relationship between angles and side lengths in a dynamic and theoretically consistent manner. In equilateral triangles, angle invariance of  $60^\circ$  was observed regardless of changes in side length. In isosceles triangles, the equality of two sides directly resulted in the equality of the base angles, while variations in the vertex angle continuously affected the base length. In right triangles, the exploration revealed functional relationships between acute angles and the ratios of side lengths, corresponding to fundamental trigonometric concepts. This study demonstrates that GeoGebra functions not only as a visualization medium but also as a conceptual exploration tool for revealing the internal mathematical structure of special triangles. These findings contribute to mathematics education research by supporting the development of technology-based exploratory approaches in geometry.



This is an open access article under the CC–BY–SA license.

**How to Cite:** Fitrah Sari Wahyuni Harahap et al (2026). Eksplorasi Hubungan Sudut dan Panjang pada Segitiga Khusus dengan Bantuan GeoGebra <https://doi.org/10.31004/jerkin.v4i3.5477>

## PENDAHULUAN

Geometri merupakan domain penting dalam pendidikan matematika karena melibatkan kemampuan visualisasi, penalaran spasial, dan pemahaman relasional antar unsur geometri (NCTM, 2000). Namun, pendekatan pembelajaran konvensional cenderung bersifat *static*, sehingga peserta didik kurang terekspos kepada hubungan dinamis antara sudut dan panjang sisi dalam objek geometris seperti segitiga. Penelitian terbaru menyatakan bahwa GeoGebra dapat mendukung representasi visual dan eksplorasi matematis yang mendalam, memungkinkan pengguna melakukan manipulasi parameter geometri secara langsung. Ejournal Unesa

Sejumlah studi menunjukkan bahwa GeoGebra efektif dalam meningkatkan kemampuan pemahaman geometri dan motivasi belajar siswa di berbagai topik matematika termasuk segitiga dan bangun datar (Buchori et al., 2025; Setiawan et al., 2025). journal.foundae.com+1

Penelitian deskriptif juga menunjukkan respons positif mahasiswa terhadap integrasi GeoGebra dalam pembelajaran geometri segitiga siku-siku dan trigonometri, terutama dalam hal pemahaman visual dan motivasi belajar (Sianturi & Ningsih, 2025). jurnal.dokicti.org

Kebaruan (Novelty) Penelitian

Penelitian ini memiliki kebaruan sebagai berikut:

1. Menempatkan GeoGebra sebagai alat eksplorasi konseptual matematis, bukan sekedar media pembelajaran.
2. Mengungkap dan mengeksplicitasi relasi *invarian* antara sudut dan panjang sisi pada segitiga khusus secara dinamis.
3. Mengintegrasikan hasil eksplorasi dalam kajian pendidikan matematika yang dapat dijadikan dasar desain pembelajaran interaktif.

GeoGebra merupakan perangkat lunak matematika dinamis yang memungkinkan visualisasi geometri, aljabar, dan statistik secara interaktif (Awaji et al., 2025). Richtmann Penelitian terdahulu telah menegaskan bahwa GeoGebra efektif mendukung pemahaman konsep geometri dan meningkatkan keterlibatan peserta didik (Wahyuni et al., 2025). sct.ageditor.ar

Pengembangan media pembelajaran GeoGebra untuk materi segitiga telah dilaporkan meningkatkan pemahaman konsep siswa (Buchori et al., 2025; Setiawan et al., 2025). journal.foundae.com+1 Penelitian deskriptif lain menunjukkan bahwa GeoGebra membantu mahasiswa

memahami hierarki konsep segitiga siku-siku dan trigonometri melalui manipulasi visual yang interaktif (Sianturi & Ningsih, 2025). [jurnal.dokicti.org](http://jurnal.dokicti.org)

Meskipun banyak penelitian meneliti efek penggunaan GeoGebra pada hasil belajar, pemanfaatan GeoGebra sebagai alat eksplorasi untuk mengungkap relasi matematis internal objek geometri (mis. hubungan sudut–sisi segitiga) dalam penelitian pendidikan masih belum banyak dieksplorasi.

## METODE

Penelitian menggunakan pendekatan kualitatif eksploratif-deskriptif untuk mengungkap pola hubungan sudut dan panjang sisi melalui manipulasi dinamis pada GeoGebra. Objek penelitian adalah tiga jenis segitiga khusus:

1. Segitiga sama sisi
2. Segitiga sama kaki
3. Segitiga siku-siku

Data dikumpulkan melalui:

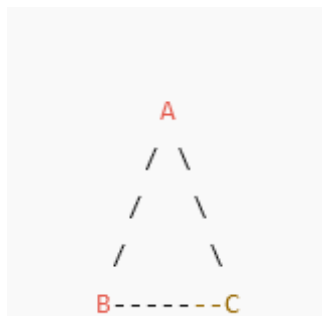
1. Konstruksi model segitiga di GeoGebra
2. Manipulasi sudut dan panjang sisi secara interaktif
3. Observasi dan dokumentasi visual hasil eksplorasi

Analisis dilakukan dengan reduksi data, penyajian dalam bentuk deskripsi matematis, dan penarikan kesimpulan melalui perbandingan dengan teori dasar geometri.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

### Segitiga Sama Sisi

Eksplorasi menunjukkan bahwa ketiga sudut segitiga sama sisi selalu bernilai  $60^\circ$  terlepas dari perubahan panjang sisi. Fenomena ini mencerminkan bahwa kesamaan sisi bersifat invarian terhadap perubahan dimensi. Hal ini dapat diamati melalui manipulasi langsung di GeoGebra yang memperlihatkan relasi sudut-sisi secara visual.



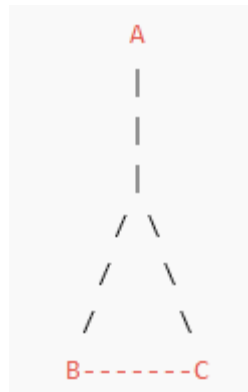
Gambar 1. Segitiga sama sisi

Gambar 1 merupakan representasi segitiga sama sisi menggunakan geogebra. Keterangan mengenai gambar adalah sebagai berikut:

1. Sisi:  $AB = BC = AC = 5$  cm (panjang sisi sama)
2. Sudut:  $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$  (invarian, tidak berubah saat sisi digeser)
3. Sifat khusus:
  - a. Semua sisi sama panjang  $\rightarrow$  sudut tetap sama.
  - b. Setiap garis tinggi juga merupakan garis simetri dan membagi sisi berlawanan menjadi dua sama panjang.

### Segitiga Sama Kaki

Pada segitiga sama kaki, dua sudut alas selalu sama besar ketika dua sisi memiliki panjang sama. GeoGebra memperlihatkan bahwa perubahan sudut puncak secara dinamis berpengaruh langsung pada panjang alas tanpa mengubah kesamaan dua titik kaki, menyajikan relasi fungsional yang konsisten.



Gambar 2. Segitiga sama kaki

Gambar 2 merupakan representasi segitiga sama kaki menggunakan geogebra. Keterangan mengenai gambar adalah sebagai berikut :

1. Sisi:  $AB = AC = 5$  cm;  $BC = 6$  cm (alas bisa berubah saat titik A digeser)
2. Sudut:  $\angle B = \angle C = 50^\circ$  (sudut alas sama);  $\angle A = 80^\circ$  (sudut puncak)
3. Sifat khusus:
  - a. Dua sisi sama panjang  $\rightarrow$  dua sudut alas selalu sama.
  - b. Manipulasi titik puncak A  $\rightarrow$  sudut puncak dan panjang alas BC berubah secara kontinu.
  - c. Garis tinggi dari titik puncak  $\rightarrow$  membagi alas menjadi dua sama panjang.

### Segitiga Siku-siku

Eksplorasi segitiga siku-siku melalui GeoGebra memperlihatkan hubungan fungsional antara besar sudut lancip dan perbandingan panjang sisi seperti konsep dasar trigonometri (sin, cos, tan) secara dinamis.



Gambar 3. Segitiga siku- siku

Gambar 3 merupakan representasi segitiga siku- siku menggunakan geogebra. Keerangan mengenai gambar 3 adalah sebagai berikut :

1. Sisi:
  - a.  $AC =$  sisi tegak (4 cm)
  - b.  $BC =$  sisi alas (3 cm)
  - c.  $AB =$  sisi miring = 5 cm (sesuai Pythagoras)
2. Sudut:  $\angle C = 90^\circ$ ;  $\angle A \approx 53^\circ$ ;  $\angle B \approx 37^\circ$
3. Sifat khusus:
  - a. Sudut C tetap  $90^\circ$  (konstan).
  - b. Perubahan panjang sisi AC atau BC  $\rightarrow$  memengaruhi sudut lancip A/B dan panjang sisi miring AB.
  - c. Rasio trigonometri:  $\sin A = AC/AB$ ,  $\cos A = BC/AB$ ,  $\tan A = AC/BC$ .

PEMBAHASAN  
Segitiga khusus, seperti segitiga siku-siku sama kaki ( $45^\circ-45^\circ-90^\circ$ ) dan segitiga siku-siku sembarang dengan sudut  $30^\circ-60^\circ-90^\circ$ , memiliki hubungan tetap antara besar sudut dan panjang sisi-sisinya. Hubungan ini menjadi dasar penting dalam pembelajaran trigonometri. Pemanfaatan perangkat lunak GeoGebra memungkinkan peserta didik untuk mengeksplorasi hubungan tersebut secara visual dan dinamis sehingga konsep yang bersifat abstrak menjadi lebih mudah dipahami.

### 1. Eksplorasi Segitiga $45^\circ-45^\circ-90^\circ$

Dengan menggunakan GeoGebra, dibuat sebuah segitiga siku-siku dengan dua sudut sama besar, yaitu  $45^\circ$ . Ketika panjang salah satu kaki segitiga diubah secara dinamis, terlihat bahwa kedua kaki selalu memiliki panjang yang sama. Sementara itu, panjang sisi miring selalu berubah mengikuti hubungan:

$$\text{sisi miring} = \text{sisi kaki} \times 2 \quad \text{sisi miring} = \text{sisi kaki} \times \sqrt{2} \quad \text{sisi miring} = \text{sisi kaki} \times 2$$

Hasil eksplorasi ini menunjukkan bahwa perubahan panjang salah satu sisi tidak memengaruhi besar sudut, tetapi memengaruhi panjang sisi lainnya secara proporsional. GeoGebra membantu menegaskan bahwa perbandingan panjang sisi pada segitiga ini selalu tetap.

### 2. Eksplorasi Segitiga $30^\circ-60^\circ-90^\circ$

Selanjutnya, dilakukan eksplorasi segitiga siku-siku dengan sudut  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ , dan  $90^\circ$ . Dengan memanipulasi panjang sisi miring menggunakan slider di GeoGebra, terlihat bahwa:

a. Sisi di depan sudut  $30^\circ$  selalu bernilai setengah dari sisi miring

b. Sisi di depan sudut  $60^\circ$  selalu bernilai  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  dari sisi miring

Hubungan ini dapat diamati secara langsung ketika segitiga diperbesar atau diperkecil tanpa mengubah besar sudutnya. Hal ini memperkuat pemahaman bahwa perbandingan panjang sisi pada segitiga  $30^\circ-60^\circ-90^\circ$  bersifat konstan.

### 3. Hubungan Sudut dan Panjang Sisi

Dari eksplorasi kedua jenis segitiga khusus tersebut, dapat disimpulkan bahwa besar sudut menentukan perbandingan panjang sisi, bukan ukuran mutlak segitiga. GeoGebra memungkinkan pengguna untuk:

a. Mengamati perubahan panjang sisi secara real-time

b. Memverifikasi nilai perbandingan trigonometri seperti sinus, cosinus, dan tangen

c. Menemukan sendiri pola dan hubungan matematis melalui eksplorasi

Berbeda dari penelitian yang lebih banyak menekankan pada hasil belajar atau persepsi, penelitian ini menempatkan GeoGebra sebagai alat eksplorasi matematis yang memperlihatkan relasi internal objek geometri secara visual dan dinamis, sehingga memperkaya kajian konseptual geometri melalui teknologi. Temuan ini juga mendukung tren penggunaan teknologi dinamis untuk penemuan matematika di luar konteks pembelajaran biasa. Richtmann.

## SIMPULAN

Penelitian ini menunjukkan bahwa GeoGebra efektif digunakan sebagai alat eksplorasi konseptual untuk mengkaji hubungan sudut dan panjang sisi pada segitiga khusus. Kebaruan penelitian terletak pada pemanfaatan GeoGebra untuk mengungkap relasi internal geometris dan menyediakan data visual dinamis yang mendukung pemahaman matematis. Direkomendasikan penelitian lanjutan menguji integrasi eksplorasi semacam ini dalam desain pembelajaran geometri formal.

## DAFTAR PUSTAKA

- Awaji, B. M., Khalil, I., & AL-Zahrani, A. (2025). A bibliometric study of two decades of GeoGebra research in mathematics education. *Journal of Educational and Social Research*. Richtmann
- Bache, F. G., Deressa, C. T., & Hunde, A. B. (2023). GeoGebra-supported learning and secondary school students' motivation for learning geometry. *Ethiopian Journal of Education and Sciences*. jurnal.dokicti.org
- Buchori, A., Rahmawati, N. D., & Don Mariano Marcos Memorial State University. (2025). Development of GeoGebra-based interactive multimedia on triangle and quadrilateral topics. *Journal of Advanced Sciences and Mathematics Education*. journal.foundae.com
- Setiawan, A. B., Wiryokusumo, I., & Leksono, I. P. (2025). Pengembangan multimedia interaktif berbasis GeoGebra pada materi segitiga dan segiempat. *Jurnal Penelitian Pembelajaran Matematika Sekolah*. Ejournal Universitas Bengkulu
- Sianturi, A., & Ningsih, Y. L. (2025). Integrating GeoGebra in learning right triangle geometry: A descriptive study. *Perpendicular: Journal of Mathematics Education and Learning*. jurnal.dokicti.org

- Wahyuni, Y., Fauzan, A., & Yerizon, Y. (2025). Enhancing creative mathematical thinking with GeoGebra: A comparative study. *Salud, Ciencia y Tecnología*. sct.ageditor.ar
- Nasution, E. Y. P., Suci Ika Putri, S., & Laswadi (2024). Pengembangan LKPD berbasis GeoGebra pada materi dimensi tiga. *Proximal: Jurnal Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika*. E-Journal
- Hidayati, P., Hamidah, H., Ayuningtyas, V., & Kusuma, J. W. (2024). Application of GeoGebra to students' geometric thinking skills. *International Journal of Multidisciplinary Research and Literature*. ijomral.esc-id.org
- Asnawati, N. A., & Yahfizham (2024). Pengaruh penggunaan software GeoGebra pada minat belajar peserta didik. *Journal of Multidisciplinary Inquiry in Science, Technology and Educational Research*